

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 1

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

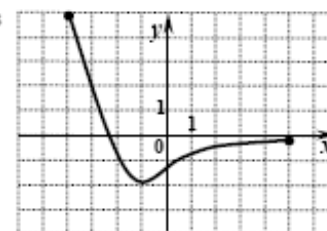
При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "x" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1** Упростите выражение $3n^{2,5} \cdot 4n^{-0,5}$.
- 1) $7n^2$ 2) $12n^2$ 3) $12n^{-1,25}$ 4) $7n^{-1,25}$

- A2** Вычислите: $\frac{\sqrt{245}}{\sqrt{5}}$.
- 1) 7 2) 8 3) $\sqrt{47}$ 4) $\sqrt{51}$

- A3** Вычислите: $\log_6 180 - \log_6 5$.
- 1) 30 2) 2 3) 3 4) 6

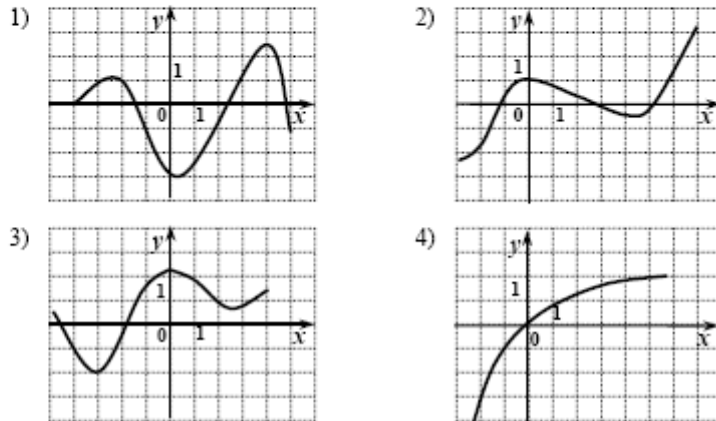
- A4** Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?
- 1) $[-2; 5]$
 2) $[-4; -1]$
 3) $[-2; 0]$
 4) $[-1; 5]$



- A5** Найдите производную функции $y = -2e^x + 3x^2$.
- 1) $y' = -2xe^{x-1} + 6x$
 2) $y' = -2e^x + x^3$
 3) $y' = -2e^x + 6x$
 4) $y' = -2xe^{x-1} + 2x$

- A6** Найдите множество значений функции $y = 5 + \sin 2x$.
 1) $[5; 6]$ 2) $[-7; 7]$ 3) $[3; 7]$ 4) $[4; 6]$

- A7** Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке $(-1; 4)$ только положительные значения.



- A8** Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- 1) $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$
 2) $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$
 3) $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$
 4) $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

- A9** Решите уравнение $2 \cos x = \sqrt{3}$.

- 1) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 3) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

- A10** Найдите область определения функции $y = \sqrt{5^{2x-3} - 25}$.
 1) $[\frac{2}{5}; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2,5]$ 3) $[2,5; +\infty)$ 4) $(2,5; +\infty)$

Ответом на задания B1 – B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** Найдите значение выражения 9^{c+1} , если $9^c = 0,3$.

- B2** Решите уравнение $\log_2 x = \log_2 5 + \log_2 3$.

- B3** Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

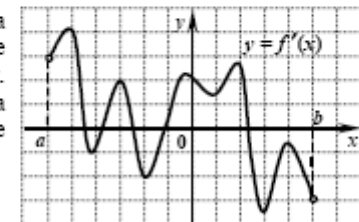
ЧАСТЬ 2

- B4** Решите уравнение $5^x + 24 \cdot (\sqrt{5})^x - 25 = 0$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

- B5** Вычислите значение выражения $11^{\log_{11} 5} - 256^{\log_{16} \sqrt{12}}$.

- B6** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



B7 Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{-x^2 + x + 6}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{4}} \geq 0.$$

B8 Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1; 4]$ она задается формулой $f(x) = 2 + 2x - x^2$. Найдите значение выражения $4f(-25) + 5f(18)$.

***B9** Два мебельных мастера, работая вместе, могут за 1 неделю собрать 50 столов. Работая отдельно, первый мастер собирает 60 столов на одну неделю дольше, чем такое же число столов собирает второй мастер. За сколько недель первый мастер соберет 40 столов?

***B10** Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AD = 5\sqrt{2}$, $\angle ADC = 135^\circ$. Высота призмы равна 2. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью $B_1 CD$.

***B11** Дан ромб $ABCD$ с острым углом C . Его сторона равна $3\sqrt{2}$, а косинус угла C равен $\frac{1}{3}$. Высота BT пересекает диагональ AC в точке K . Найдите длину отрезка KT .

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 5(2x - 6)^4 - (2x - 6)^5$ при $|x - 3| \leq 1$.

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых выражения $3x \log_4(3 - 2x) + 4x^2 \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{3 - 2x}$ и $3x - 2x^2$ принимают равные значения.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\frac{(2^x + 3\sqrt{2} \cdot 2^{-x} - 5) - a}{a - (2 \cos \sqrt{x-1} - 3)} \leq 0$ не имеет решений.

***C4** Дан конус с вершиной M , радиус основания которого равен 12. На окружности его основания выбраны точки A, B, C так, что углы $\angle BMA, \angle AMC, \angle CMB$ равны 60° каждый. Точка F выбрана на дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A , так, что объем пирамиды $MABFC$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB .

C5 Для чисел a_1, a_2, \dots, a_{20} верны равенства $a_{n+1} = f(a_n)$, $n = 1, 2, \dots, 19$. Найдите $a_7 + a_{17}$, если известно, что $a_{20} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{7}{x-1}, & \text{если } x < 1 \\ 5 - \frac{36}{x} + \log_2 \left(4 - \frac{75}{x+18} \right), & \text{если } x \geq 1 \end{cases}.$$

