Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 433

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

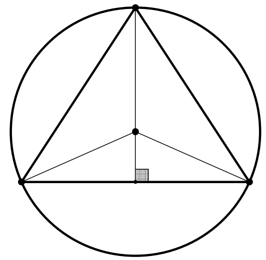
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В окружность радиуса 7 вписан равнобедренный треугольник с основанием $4\sqrt{10}$. Центр окружности лежит внутри треугольника. Найдите высоту этого треугольника, проведенную к основанию.



Ответ: ________________________.

2. Найдите площадь четырехугольника ABCD, если заданы координаты его вершин A(2;4), B(3;6), C(4;4), D(3;2).

Ответ: ________________________.

3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Площадь четырехугольника ABC_1D_1 равна $9\sqrt{2}$. Найдите площадь поверхности куба.

Ответ: ________________________.

4. В курятнике живут 5 кур: три белые и две серые. На прогулку из курятника друг за другом вышли 3 курочки. Какова вероятность того, что они проследовали в таком порядке: серая–серая–белая?

Ответ: ________________________.

5. В первом загоне находится 10 овец, из которых 2 белые, остальные – черные, а во втором загоне – 7 белых и 3 черных овцы. Между загонами есть переход, и одна из овец первого загона перешла во второй. Переход закрыли и из второго загона отобрали одну овцу для стрижки. Найдите вероятность того, что пойманная овца оказалась из первого загона, если известно, что она белая? Результат округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

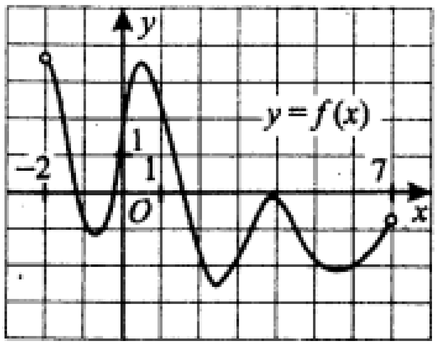
6. Решите уравнение $3^{x^2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{6x+9}$

Ответ: ________________________.

7. Найдите значение выражения $\frac{\cos\varphi-2\sin\varphi}{3\sin\varphi+\cos\varphi}$, если $tg\varphi=8$.

Ответ: ________________________.

8. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-2;7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: ________________________.

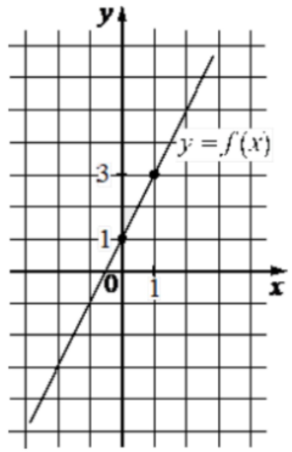
9. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому $P=\sigma\cdot S\cdot T^4$, где P – мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma=5{,}7\cdot10^{-8}\ \frac{Вт}{м^2\cdot K^4}$ – постоянная, S – площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T – температура (в Кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{512}\cdot10^{20}\ м^2$, а мощность ее излучения равна $4{,}56\cdot10^{25}\ Вт$. Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

Ответ: ________________________.

10. Бак может наполняться через краны А и Б. Наполнение бака только через кран А длится на 22 мин дольше, чем наполнение только через кран Б. Если же открыть оба крана, то бак наполнится за 1 час. За какое время кран А в отдельности может наполнить бак? Ответ запишите в минутах.

Ответ: ________________________.

11. На рисунке изображён график функции вида $f(x)=kx+b$. Найдите значение $f(5)$.



Ответ: ________________________.

12. Найдите наибольшее значение функции $y=54x-58-4x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке [1;100].

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sin 2x = 2\sin^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.

14. В тетраэдре ABCD противоположные ребра попарно равны. Точки M, N и K – середины боковых ребер BD, AC и DC соответственно. Через точку K проведена секущая плоскость α, параллельная ребрам BD и AC.
А) Докажите, что прямая MN перпендикулярна секущей плоскости.
Б) Найдите расстояние от точки M до плоскости α, если $AC = BD = 14$, $BC = AD = 13$, $AB = CD = 15$.

15. Решите неравенство: $\frac{3}{x^2 - 6|x| + 9} - \frac{4}{|x| - 3} + 1 \geq 0$

16. Клиент открыл в банке депозитный вклад сроком на 1 год под p_1 процентов годовых. По окончании срока действия вклада и начисления процентов он добавил к выданной сумме денег дополнительно сумму, составляющую 3% от внесенной год назад при открытии вклада, и переоформил вклад еще на год под p_2 процентов годовых. Известно, что $p_1 + p_2 = 25$. При каком значении p_2 через год при закрытии вклада и начислении процентов клиент получит максимальную сумму денег?

17. В треугольнике ABC угол C острый, угол B равен 45^0 и AH – высота. Прямая AH пересекает описанную около треугольника окружность в точке D.
А) Докажите, что прямые AB и CD параллельны.
Б) Найдите AC, если $CB = 8$ и площадь треугольника CAD равна 12.

18. Найдите все значения параметра *a,* при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left(4 - y - \sqrt{8x - x^2 - 7}\right)\left(y^2 - 5y + 4\right) = 0, \\ y - x = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Пусть n – трехзначное число ($n = 100a + 10b + c$, где a, b, c – цифры и $a \neq 0$), $f(n) = a^2 + b^2 + c^2$ – сумма квадратов цифр этого числа, а $g(n) = ab + bc + ac$ – сумма всех попарных произведений его цифр.

А) Существует ли такое n, что $\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{1}{2}$?

Б) Существует ли такое n, что $\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{3}{2}$?

В) Найдите наибольшее возможное значение отношения $\frac{g(n)}{f(n)}$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

