

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 441**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0,8    Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

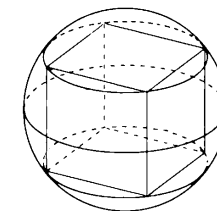
**1.** Параллелограмм и прямоугольник имеют равные стороны. Найдите острый угол параллелограмма (в градусах), если его площадь относится к площади прямоугольника как  $\sqrt{3} : 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Даны векторы  $\vec{a}(-2;4)$  и  $\vec{b}(2;-1)$ . Известно, что векторы  $\vec{c}(x_c; y_c)$  и  $\vec{b}$  сонаправленные, а  $|\vec{c}| = |\vec{a}|$ . Найдите  $x_c + y_c$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Куб вписан в шар радиуса  $2\sqrt{3}$ . Найдите объем куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 черных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 черных таких же кубиков. Ваня наугад взял из верхнего ящика два кубика, а Толя – два кубика из нижнего ящика. После этого Ваня положил свои кубики в нижний ящик, а Толя – в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике стало 11 белых и 14 черных кубиков.

Ответ: \_\_\_\_\_.

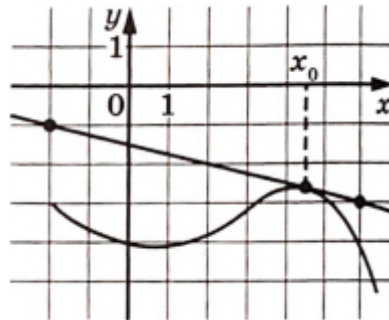
**6.** Решите уравнение  $\log_{216} 6^{2x-11} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Найдите значение выражения  $\frac{\log_3 36}{2 + \log_3 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

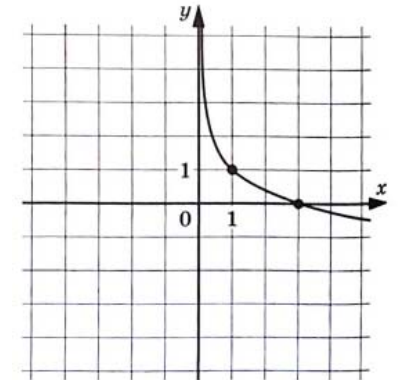
**9.** Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^\alpha = const$ , где  $p$  (Па) – давление в газе,  $V$  – объем газа в кубических метрах,  $\alpha$  – положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $\alpha$  увеличение в 81 раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 3 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** Три трубы наполняют бак за 2 минуты, первая труба – за 9 минут, а вторая – за 18 минут. За сколько минут наполнит бак третья труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На рисунке изображен график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наибольшее значение функции  $y = -3e^{2x} + 12e^x - 7$  на отрезке  $[0; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $(\sin^2 2x + \cos^2 x) + \sqrt{3}(\sin 2x + \cos x) + \frac{3}{2} = 0$ .

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

14. Дана пирамида  $SABC$ , в которой  $AB = AC = SB = SC = 17$ ,  $BC = SA = 16$ .

Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $BC$  и  $SA$ .

А) Докажите, что отрезок  $MN$  является общим перпендикуляром к прямым  $BC$  и  $SA$ .

Б) Найдите объем пирамиды  $ABMN$ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{1}{\log_{x-3} 0,5} - \log_{x-2}(x+5) + \log_{0,5}(x+5) \geq \log_{x-2}(x-3).$$

16. В начале месяца Василий взял в банке кредит 2,4 млн рублей с месячной процентной ставкой 5% на 12 месяцев с погашением кредита по следующей схеме:

– в начале каждого месяца банк увеличивает долг на 5%;

– выплаты производятся в конце каждого месяца;

– каждая следующая выплата на 5% больше предыдущей.

Сколько тысяч рублей должна составлять первая выплата, чтобы Василий погасил свой кредит по указанной схеме за 12 месяцев?

17. Окружность с центром  $O_1$  радиусом 9 вписана в треугольник  $ABC$ . Окружности с центрами  $O_2$  и  $O_3$  и радиусами  $\frac{81}{25}$  и 1, которые вписаны в углы треугольника  $A$  и  $C$  соответственно, касаются первой окружности внешним образом.

А) Докажите, что  $\angle C = \pi - \arctg \frac{24}{7}$ .

Б) Найдите площадь треугольника  $AO_1O_3$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x-8a}{x+8} + \frac{x-1}{x-2a} = 1$$

имеет единственный корень.

19. При проведении школьной математической олимпиады итоговая сумма баллов составляется из двух баллов за участие, 13 баллов за каждую взятую и решенную задачу и  $(-8)$  баллов за каждую взятую и нерешенную задачу. Каждую задачу участник выбирает себе самостоятельно в запечатанном конверте. Число задач, предлагаемых для решения, не ограничено.

А) У одного из участников, решившего  $p$  задач и не решившего  $q$  задач, итоговая сумма оказалась равной  $u$  баллов. Найдите итоговую сумму участника, решившего  $2p$  задач и не решившего  $2q$  задач.

Б) Известно, что итоговая сумма у двух участников оказалась одинаковой. Может ли разность между числом всех задач, взятых для решения одним участником, и числом задач, взятых для решения другим участником, делиться на 21?

В) Какое минимальное число задач надо взять, чтобы итоговая сумма оказалась равной нулю?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.