

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 449

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8														
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

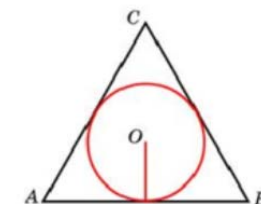
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 48.

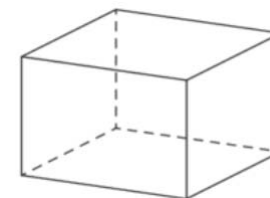


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(1; \sqrt{199})$ и $\vec{b}(1; -\sqrt{199})$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

3. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 6. Объем параллелепипеда равен 48. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.

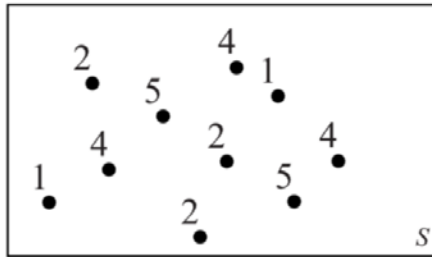


Ответ: _____.

4. При производстве в среднем на каждые 1881 исправный насос приходится 19 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: _____.

5. На диаграмме Эйлера схематически показан случайный опыт S , с которым связана случайная величина X . Все элементарные события равновозможны, и около каждого указано соответствующее значение случайной величины X . Найдите вероятность события $(1 < X \leq 4)$.



Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\log_{81} 3^{2x-3} = 3$.

Ответ: _____.

7. Найдите $\frac{8 \cos \alpha - 2 \sin \alpha + 10}{\sin \alpha - 4 \cos \alpha + 5}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 4$.

Ответ: _____.

8. Прямая $y = 8x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - x + 9$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

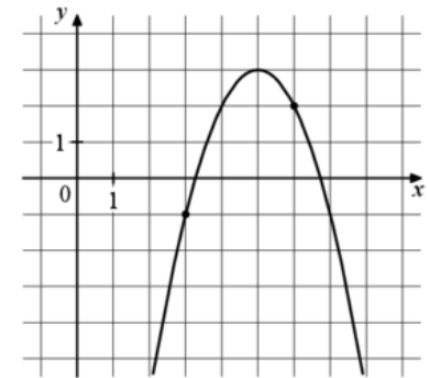
9. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 12 \sin \frac{\pi t}{3}$ (см/с), где t – время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 6 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____.

10. Заказ на изготовление 210 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + 10x + c$. Найдите $f(-1)$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (x + 13)^2 e^{x-15}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $4\sin^2\left(x + \frac{7\pi}{8}\right) + \sqrt{2}\sin 2x = 1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AD = 12$, а высота равна 3. На ребрах AB , CD , AS отмечены точки E , F и K соответственно, причем $AE = DF = 4$, $AK = 3$.

- А) Докажите, что плоскости KEF и SBC параллельны.
 Б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC .

15. Решите неравенство: $\log_7(x-2) \cdot \log_{x-2}(x+5) \leq \log_7^2(x+5)$

16. У фермера есть два комбайна. Оба комбайна используются для уборки зерновых, но второй комбайн более современный. В результате, если первый комбайн работает m^2 часов, то за это время он собирает $8m$ т зерновых; если второй комбайн работает m^2 часов, то за это время он собирает $15m$ т зерновых. За каждый час работы фермер платит каждому комбайнеру 200 рублей. Фермер готов выделять 20000 рублей на оплату труда комбайнеров. Какое наибольшее количество тонн зерновых можно собрать на эти деньги с помощью двух комбайнов?

17. В четырёхугольнике $ABCD$ противоположные стороны не параллельны. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O под прямым углом и образуют четыре подобных треугольника, у каждого из которых одна из вершин – точка O .

- А) Докажите, что в четырёхугольник $ABCD$ можно вписать окружность.
 Б) Найдите радиус вписанной в четырёхугольник $ABCD$ окружности, если $AC = 12$, $BD = 13$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|2\sin^2 x + 8\cos x - 3a| = 2\sin^2 x + 7\cos x + 3a$$

имеет на промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ единственный корень.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- А) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
 Б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
 В) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.