Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 476

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

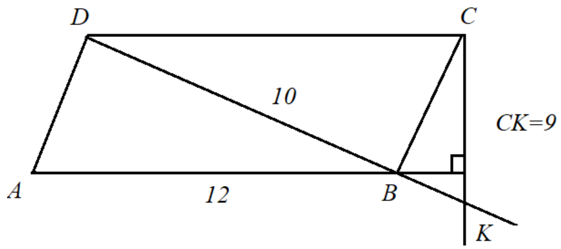
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

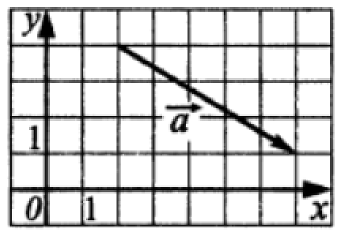
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В параллелограмме ABCD угол B тупой, а высота, опущенная на AB, пересекает продолжение диагонали DB в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если AB = 12, BD = 10, CK = 9.



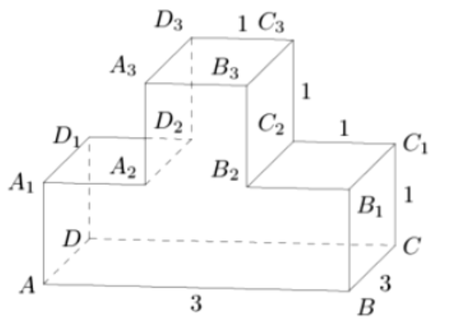
Ответ: ________________________.

2. Вектор $\vec{b}$ коллинеарен вектору $\vec{a}$, изображённому на рисунке. Найдите координату вектора $\vec{b}$ вдоль оси ординат, если его координата вдоль оси абсцисс равна 22.



Ответ: ________________________.

3. На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_3.



Ответ: ________________________.

4. Маша коллекционирует принцесс из киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс.
У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

Ответ: ________________________.

5. Маша коллекционирует принцесс из киндер-сюрпризов. Да, опять коллекционирует. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения двух следующих принцесс Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

Ответ: ________________________.

6. Решите уравнение $\dfrac{1}{x(x+4)}-\dfrac{1}{(x+2)^2}=\dfrac{1}{15}$, если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их произведение.

Ответ: ________________________.

7. Найдите значение выражения $\dfrac{\log_2\left(2\sqrt{3}\right)}{\log_3 2}-\dfrac{\log_2 6}{2\log_6 2}$

Ответ: ________________________.

8. После начала торможения автомобиля зависимость пройденного пути s, измеряемого в метрах, от времени t, измеряемого в секундах, выражалась законом: $s(t)=40t-2{,}5t^2$. Определите, сколько метров проехал автомобиль от момента начала торможения до момента полной остановки.

Ответ: ________________________.

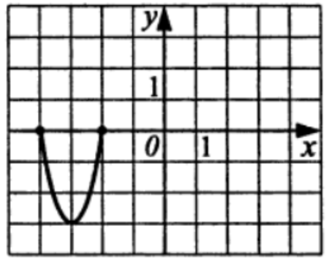
9. Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций, Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 3, Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вчетверо дороже, чем оперативность, т.е. $R=\dfrac{3In+Op+4Tr}{A}$.
Какой наибольший рейтинг может получить издание, если все показатели у него различны, а число A может принимать любое значение от 1 до 20 включительно.

Ответ: ________________________.

10. При рытье колодца за первый метр глубины платили 10 000 руб., а за каждый следующий на 5 000 руб. больше, чем за предыдущий. Сверх того за весь колодец дополнительно было уплачено 100 000 руб. Средняя стоимость метра глубины оказалась равной 62 500 руб. Определить глубину колодца, если известно, что колодец получился глубже 10 метров.

Ответ: ________________________.

11. Функция $y=f(x)$, определенная на всей числовой оси, является нечетной и периодической с периодом 4. На рисунке изображен график этой функции при $-4\le x\le -2$.
Найдите значение выражения $3f(-5)+f(15)$.



Ответ: ________________________.

12. Найдите наибольшее значение функции

$$f(x)=\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}\cdot 3^{\log_9\left(1-x^2\right)}+x+8\sin^3 x-6\sin x.$$

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\left(4\cos^2 x-1\right)\sqrt{49\pi^2-x^2}=0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[20;25]$.

14. Основанием пирамиды с вершиной S является равнобедренная трапеция ABCD (AD=2·BC). Сечение пирамиды SABCD проходит через точку B и является прямоугольником. Известно, что это сечение делит высоту пирамиды в соотношении 2 : 1, считая от вершины S.

А) Докажите, что высота пирамиды SABCD проходит через середину высоты основания ABCD.

Б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью боковой грани SAB, если плоскость сечения наклонена к плоскости основания под углом 15^0, а одна из сторон сечения равна большему основанию трапеции ABCD.

15. Решите неравенство: $\dfrac{\log_3\left(27x^4\right)+4\log_3 x+12}{\log_3^2\dfrac{x^2}{3}-16}\le -1$.

16. Евгений взял 15 января кредит на сумму 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы. Каждый месяц 1-го числа долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца.

Со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга. Каждый месяц 15-го числа долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг, млн руб	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найти наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет составлять более 1,25 млн рублей.

17. Биссектриса AM острого угла A равнобедренной трапеции ABCD делит боковую сторону CD $(M\in CD)$ пополам. Отрезок DN перпендикулярен отрезку AM и делит сторону AB в отношении AN: NB =5:1.

А) Докажите, что прямые BM и DN параллельны.

Б) Найдите длину отрезка MN, если площадь трапеции ABCD равна $12\sqrt{2}$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$5^{x^3-6x^2+34}-(a+2)\cdot\left(\sqrt{5}\right)^{x^3-6x^2+34}+a^2-7a+12=0$$

имеет ровно пять корней.

19. А) При подготовке к ЕГЭ по математике Петя решил прорешать все задачи из сборника прошлого года, начиная с самых простых и кончая самыми сложными. В понедельник он решил половину всех задач и ещё одну, а далее каждый день решал половину задач, оставшихся от предыдущего дня, и ещё одну. В пятницу той же недели все задачи сборника были решены. Сколько всего задач было в сборнике?

Б) Решив все задачи, Петя начал составлять последовательность $\{a_n\}$ из натуральных чисел по следующему правилу: первым членом является любое число a_1, а дальше члены последовательности находятся по формуле $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2}-1$. Если на каком-то этапе получается не натуральное число, то последовательность заканчивается последним натуральным числом. Чему равен последний член этой последовательности?

В) Какое наибольшее количество квадратов может быть в такой последовательности?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

