

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Вариант № 326

#### Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

**За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.**

**Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.**

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

**Желаем успеха!**

## ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

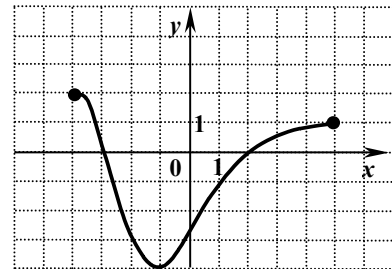
- A1** Упростите выражение  $4d^{3,2} \cdot 1,5d^{-1,2}$ .
- 1)  $6d^2$                       2)  $5,5d^{-3,84}$                       3)  $6d$                       4)  $6d^{-3,84}$

- A2** Вычислите:  $\frac{\sqrt[5]{480}}{\sqrt[5]{15}}$ .
- 1)  $4\sqrt{2}$                       2) 2                      3)  $2\sqrt[5]{2}$                       4) 4

- A3** Вычислите:  $\log_6 180 - \log_6 5$ .
- 1) 30                      2) 2                      3) 3                      4) 6

- A4** Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?

- 1)  $[-1; 2]$   
2)  $[0; 2]$   
3)  $[-3; 2]$   
4)  $[-4; -1]$

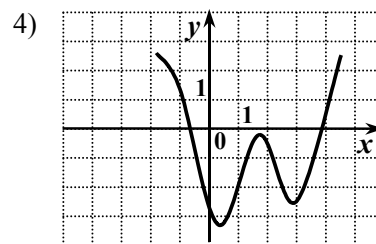
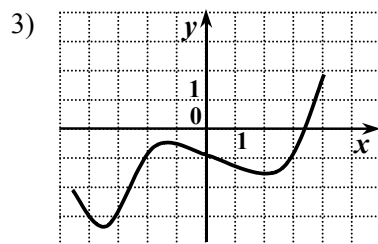
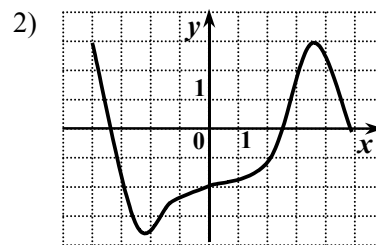
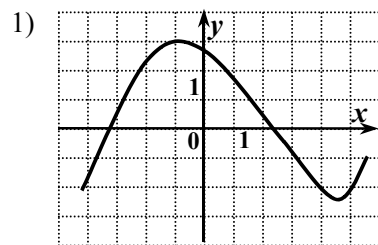


- A5** Найдите производную функции  $y = -4e^x + 36x^2$ .
- 1)  $y' = -4xe^{x-1} + 72x$   
2)  $y' = -4xe^{x-1} + 12x^3$   
3)  $y' = -4e^x + 12x^3$   
4)  $y' = -4e^x + 72x$

**A6** Найдите множество значений функции  $y = -2 + \sin 3x$ .

- 1)  $[-1; 1]$       2)  $[-3; -1]$       3)  $[-5; 1]$       4)  $[-5; 5]$

**A7** Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке  $(-3; 3)$  только отрицательные значения.



**A8** Решите неравенство  $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$ .

- 1)  $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$   
2)  $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$   
3)  $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$   
4)  $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

**A9** Решите уравнение  $\sin x = 1$ .

- 1)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$   
2)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$   
3)  $\pi n, n \in Z$   
4)  $2\pi n, n \in Z$

**A10** Найдите область определения функции  $y = \sqrt{5^{2x-3} - 25}$ .

- 1)  $[\frac{2}{5}; +\infty)$       2)  $(-\infty; 2,5]$       3)  $[2,5; +\infty)$       4)  $(2,5; +\infty)$

*Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**B1** Найдите значение выражения  $6^{y+1}$ , если  $6^y = 2,1$ .

**B2** Решите уравнение  $\log_7 x = \log_7 4 + \log_7 3$ .

**B3** Найдите значение выражения  $\sqrt{11} \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$ ,  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ .

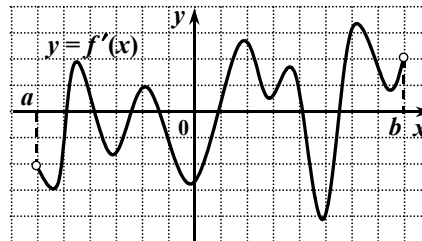
## ЧАСТЬ 2

**B4** Решите уравнение  $2^x - 4 \cdot (\sqrt{2})^x - 32 = 0$ .

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

**B5** Вычислите значение выражения  $-4^{\log_4 20} + 400^{\log_{20}(2\sqrt{2})}$ .

**B6** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(a; b)$ . На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек минимума функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(a; b)$ .



**В7** Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{x^2 - x - 12}{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{4}} \leq 0.$$

**В8** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке  $(-1; 4]$  она задается формулой  $f(x) = x^2 - 2x - 1$ . Найдите значение выражения  $3f(20) - 2f(-17)$ .

**\*В9** Две машинистки, работая вместе, могут напечатать 30 страниц текста за 1 ч. Работая отдельно, первая машинистка печатает 140 страниц такого же текста на 5 ч дольше, чем вторая машинистка печатает 80 страниц. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 280 страниц?

**\*В10** Основание прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелограмм  $ABCD$ , в котором  $AD = 5\sqrt{2}$ ,  $\angle ADC = 135^\circ$ . Высота призмы равна 2. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью  $B_1 CD$ .

**\*В11** Сторона ромба  $ABCD$  равна  $4\sqrt{7}$ , а косинус угла  $A$  равен 0,75. Высота  $BH$  пересекает диагональ  $AC$  в точке  $M$ . Найдите длину отрезка  $BM$ .

*Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.*

**C1** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = (2x + 2)^5 - 5(2x + 2)^4$  при  $|x + 1| \leq 1$ .

**C2** Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения  $8x^2 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 4x} - x \log_3 (1 + 4x)$  и  $4x^2 + x$  принимают равные значения.

### ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

**C3** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$\frac{(4 \sin \sqrt{x-1} - 3) - a}{a - (3^x + 7\sqrt{2} \cdot 3^{-x} - 5)} \leq 0 \quad \text{не имеет решений.}$$

**\*C4**

Дан конус с вершиной  $M$ , радиус основания которого равен  $2\sqrt{6}$ . На окружности его основания выбраны точки  $A, B, C$  так, что углы  $\angle BMA, \angle AMC, \angle CMB$  равны  $90^\circ$  каждый. Точка  $F$  выбрана на дуге  $BC$  окружности основания конуса, не содержащей точки  $A$ , так, что объем пирамиды  $MABFC$  наибольший. Найдите расстояние от точки  $F$  до плоскости  $MAB$ .

**C5**

Для чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{19}$  верны равенства  $a_{n+1} = f(a_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 18$ .

Найдите  $a_4 + a_5 + a_6$ , если известно, что  $a_{19} = 0$ , а

$$f(x) = \begin{cases} 5 + \frac{20}{x-5}, & \text{если } x < 5 \\ 5 - \frac{31}{x} + \log_7 \left( 7 - \frac{60}{x+4} \right), & \text{если } x \geq 5 \end{cases}.$$