

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 51

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

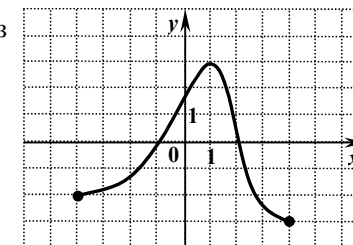
При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

- A1** Упростите выражение $2,5 d^{-0,5} \cdot 4 d^{4,5}$.
- 1) $10 d^4$ 2) $6,5 d^4$ 3) $6,5 d^{-2,25}$ 4) $10 d^{-2,25}$

- A2** Вычислите: $\frac{\sqrt{540}}{\sqrt{15}}$.
- 1) $\sqrt{180}$ 2) $\sqrt{108}$ 3) 36 4) 6

- A3** Вычислите: $\log_6 180 - \log_6 5$.
- 1) 30 2) 2 3) 3 4) 6

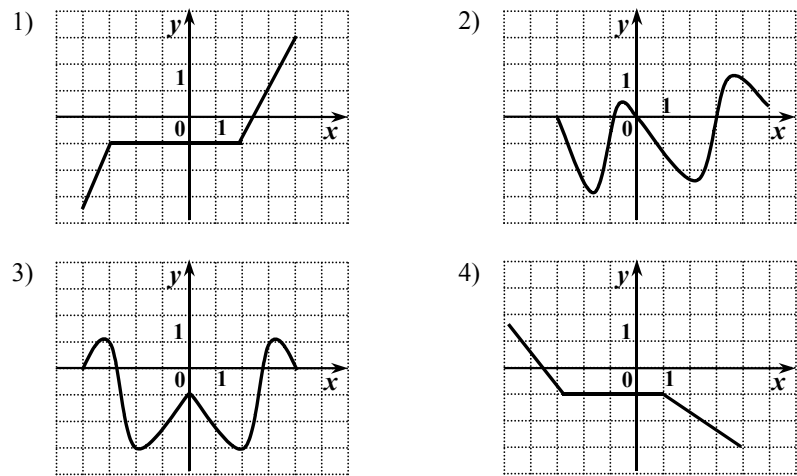
- A4** Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?
- 1) $[-4; -1]$
 2) $[-4; 0]$
 3) $[0; 4]$
 4) $[1; 4]$



- A5** Найдите производную функции $y = -2e^x - 6x^2$.
- 1) $y' = -2xe^{x-1} - 12x$
 2) $y' = -2e^x - 12x$
 3) $y' = -2e^x - 2x^3$
 4) $y' = -2xe^{x-1} + 2x^3$

- A6** Найдите множество значений функции $y = -5 + \cos 3x$.
- 1) $[-3; 3]$ 2) $[-8; -2]$ 3) $[-6; -4]$ 4) $[-8; 8]$

A7 Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке $(-3; 3)$ только отрицательные значения.



A8 Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- 1) $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$
 2) $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$
 3) $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$
 4) $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\cos x - 1 = 0$.

- 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
 2) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
 3) $\pi n, n \in Z$
 4) $2\pi n, n \in Z$

- A10** Найдите область определения функции $y = \sqrt{3^{10x-1} - 9}$.
- 1) $[3\frac{1}{3}; +\infty)$ 2) $[0,3; +\infty)$ 3) $(0,3; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0,3]$

Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

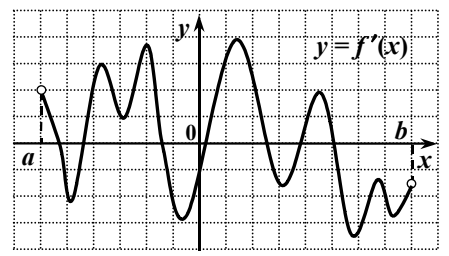
- B1** Найдите значение выражения 7^{a+1} , если $7^a = 1,3$.
- B2** Решите уравнение $\log_7 x = \log_7 9 + \log_7 2$.
- B3** Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $3^x - 26 \cdot (\sqrt{3})^x - 27 = 0$.
 (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

B5 Вычислите значение выражения $5^{\log_5 2,5} + 144^{\log_{12} \sqrt{3}}$.

B6 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



ЧАСТЬ 3

В7 Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{-x^2 - 2x + 8}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{4}} \geq 0.$$

В8 Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На промежутке $[-4; 0)$ она задается формулой $f(x) = x^2 + 2x - 1$. Найдите значение выражения $3f(-20) + 4f(21)$.

***В9** Два маляра, работая вместе, могут за 1 ч покрасить стену площадью 40 м^2 . Первый маляр, работая отдельно, может покрасить 50 м^2 стены на 4 ч быстрее, чем второй покрасит 90 м^2 такой же стены. За сколько часов первый маляр сможет покрасить 100 м^2 стены?

***В10** Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = 8\sqrt{3}$, $\angle BAD = 120^\circ$. Высота призмы равна 6. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ADC_1 .

***В11** Дан ромб $ABCD$ с острым углом C . Его сторона равна $3\sqrt{2}$, а косинус угла C равен $\frac{1}{3}$. Высота BT пересекает диагональ AC в точке K . Найдите длину отрезка KT .

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

С1 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 4(2x + 4)^4 - (2x + 4)^5$ при $|x + 2| \leq 1$.

С2 Найдите все значения x , при каждом из которых выражения $8x \log_5 \sqrt{4-x} + x^2 \log_{\frac{1}{5}}(4-x)$ и $x^2 - 4x$ принимают равные значения.

Для записи ответов на задания С3 – С5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

С3 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\frac{a - (2^x + 2\sqrt{5} \cdot 2^{-x} - 6)}{(3 \sin \sqrt{x-1} - 5) - a} \leq 0$ не имеет решений.

***С4** Дан конус с вершиной M , радиус основания которого равен $2\sqrt{2}$. На окружности его основания выбраны точки A, B, C так, что углы $\angle BMA, \angle AMC, \angle CMB$ равны 90° каждый. Точка F выбрана на дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A , так, что объем пирамиды $MABFC$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB .

С5 Для чисел a_1, a_2, \dots, a_{33} верны равенства $a_{n+1} = f(a_n)$, $n = 1, 2, \dots, 32$. Найдите $a_{15} - a_{14}$, если известно, что $a_{33} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} 4 + \frac{24}{x-4}, & \text{если } x < 4 \\ 3 - \frac{16}{x} + \log_3 \left(9 - \frac{80}{x+5} \right), & \text{если } x \geq 4 \end{cases}$$

